

# Lösen von Gleichungssystemen mit 2, 3 oder mehreren Unbekannten

Gleichungen mit 2 Unbekannten werden nach dem Additionsverfahren, der Gleichsetzungs- oder Einsetzungsmethode gelöst.

## Additionsverfahren

Die jeweiligen Faktoren beider Gleichungen werden aufaddiert um eine der beiden Unbekannte zu eliminieren. Durch kürzen oder erweitern evtl. nachhelfen.

|   |   |       |   |   |   |     |  |                         |
|---|---|-------|---|---|---|-----|--|-------------------------|
| 1 |   | +x    | + | y | = | 6   |  | Gleichung 1             |
| 2 | + | +3x   | - | y | = | 4   |  | + Gleichung 2           |
|   |   | <hr/> |   |   |   |     |  |                         |
|   |   | +4x   |   |   | = | 10  |  |                         |
|   |   |       |   |   |   |     |  |                         |
|   |   |       |   | x | = | 2,5 |  | Wert in Gl. 1 einsetzen |
|   |   | +2,5  | + | y | = | 6   |  | Nach y umstellen um 2te |
|   |   |       |   | y | = | 3,5 |  | Unbekannte zu ermitteln |

Durch einsetzen der ermittelten Unbekannten in eine der Gleichungen wird eine Probe durchgeführt, um zu überprüfen ob die Lösung bzw. die Gleichung stimmt.

$$+2,5 + 3,5 = 6 \quad | \quad \begin{array}{l} x=2,5 \text{ und } y=3,5 \\ \text{Probe...stimmt!} \end{array}$$

## Gleichsetzungsmethode

Beide Gleichungen werden nach einer Unbekannten umgestellt und gleichgesetzt.

|   |     |   |        |   |        |  |    |                  |
|---|-----|---|--------|---|--------|--|----|------------------|
| 1 | +x  | + | y      | = | 6      |  | -> | y = +6 - x       |
| 2 | +3x | - | y      | = | 4      |  | -> | y = +3x - 4      |
|   |     |   | y      | = | y      |  |    |                  |
|   |     |   | +6 - x | = | +3 - 4 |  |    | Nach x umstellen |
|   |     |   | -4x    | = | -10    |  |    |                  |
|   |     |   | x      | = | 2,5    |  |    | Und wieder Probe |

## Einsetzungsverfahren

Eine der Gleichungen wird nach einer Unbekannten umgestellt und diese dann in die andere Gleichung eingesetzt.

|   |     |   |        |   |    |  |                           |
|---|-----|---|--------|---|----|--|---------------------------|
| 1 | +x  | + | y      | = | 6  |  | Gl. 1 nach y umstellen    |
| 2 | +3x | - | y      | = | 4  |  | y = +6 - x für y in Gl. 2 |
| 2 | +3x | - | (+6-x) | = | 4  |  | einsetzen                 |
|   | +4x |   |        | = | 10 |  | Und wieder Probe...       |

## Lösen von Gleichungssystemen mit 2, 3 oder mehreren Unbekannten

Um Gleichungen mit n Unbekannten zu lösen, müssen auch n Gleichungen gegeben sein, die sich nicht widersprechen dürfen.

Gleichungen mit z.B. 3 oder mehreren Unbekannten werden durch geschicktes erweitern und kürzen so umgeformt, dass jeweils einzelne Unbekannte mit dem Additionsverfahren eliminiert werden können (falls andere Verfahren versagen).

Gegeben:    Gleichung 1             $0 = -30 + 5a$   
                  Gleichung 2            $+6 = +5a + 4c$   
                  Gleichung 3            $-2 = -5a + 4b - 8c$

Gesucht:    x, y und z

|   |     |   |      |          |  |  |
|---|-----|---|------|----------|--|--|
| 1 | +30 | = | +5a  |          |  | 1 Schritt  |
| 2 | +6  | = | +5a  | +4c      |  | Alle Gleichungen alphabetisch<br>ordnen und durchnummerieren |
| 3 | -2  | = | - 5a | +4b - 8c |  |  |

|   |            |   |      |      |  |  |
|---|------------|---|------|------|--|--|
| 2 | +6         | = | +5a  | +4c  |  | mit +2 erweitern (für c in Gl. 3)<br>ausmultiplizieren<br>zusammenfassen |
| 2 | +2(+6)= +2 | = | (+5a | +4c) |  |  |
| 2 | +12        | = | +10a | +8c  |  |  |

|   |     |   |      |          |  |   |
|---|-----|---|------|----------|--|---|
| 2 | +12 | = | +10a | +8c      |  | Additionsverfahren<br>Gl 2 und Gl. 3 = Gl. 4<br>Der Faktor c wurde eliminiert ! |
| 3 | -2  | = | - 5a | +4b - 8c |  |   |
| 4 | +10 | = | +5a  | +4b      |  |   |

|   |     |   |     |     |  |   |
|---|-----|---|-----|-----|--|---|
| 4 | +10 | = | +5a | +4b |  | Gl 4 * (-1) für Faktor a in Gl. 1<br>Additionsverfahren anwenden<br>Gl. 4 und Gl. 1 = Gl. 5 |
| 4 | -10 | = | -5a | -4b |  |   |
| 1 | +30 | = | +5a |     |  |   |
| 5 | +20 | = |     | -4b |  |   |

**b = -5**

|   |     |   |     |  |                        |
|---|-----|---|-----|--|------------------------|
| 1 | +30 | = | +5a |  | Gl. 1 nach a umstellen |
|---|-----|---|-----|--|------------------------|

**a = +6**

|   |     |   |                  |     |      |  |   |
|---|-----|---|------------------|-----|------|--|---|
| 3 | -2  | = | - 5a             | +4b | - 8c |  | a=+6 und b=-5 einsetzen<br>ausmultiplizieren<br>umstellen um c zu berechnen |
| 3 | -2  | = | - 5(+6)+4(-5)-8c |     |      |  |   |
| 3 | -2  | = | -30              | -20 | - 8c |  |   |
|   | +48 | = | -8c              |     |      |  |   |

**c = -6**

**IL = {+6; -5; -6}**

Dieser Text zum Thema Lösen von Gleichungssystemen mit 2,3 oder mehreren Unbekannten wurde von Dirk Kipper angefertigt. Er darf ohne meine schriftliche Genehmigung weder vervielfältigt noch in irgendeiner anderen Form vertrieben werden. Auch ein Abdruck, selbst auszugsweise ist nur mit meiner vorherigen schriftlichen Genehmigung gestattet.

Mail: [dirkkipper777@hotmail.com](mailto:dirkkipper777@hotmail.com)

Web: <http://www.dirkkipper.de/>

Dirk Kipper

TIP

Lösungen für Gleichungssysteme gibt's hier...

<http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/gleichungssysteme2.htm>